1er BAC Sciences Expérimentales BIOF
1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Série N°5 : TD-PRODUIT SCALAIRE DANS V_2

Etude analytique -Applications : cercle

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : Déterminer l'équation du cercle défini par les conditions suivantes :
a) Le centre est C (2 ; -3) et le rayon vaut 7 ;
b) le cercle passe par l'origine et son centre est C (6 ; -8) ;
c) [AB] est un diamètre du cercle où A (3 ; 2) ; B (-1 ; 6) ;
d) le centre du cercle est C (1 ; -1) et le cercle est tangent à (d) : 5x + 9 = 12y ;
e) le cercle passe par A (3 ; 1) et B (-1 ; 3) et est centré sur (d) : 3x = y + 2 ;
f) le cercle est tangent à (d) : x + y = 4 en T (1 ; 3) et est centré sur Ox ;
g) le cercle passe par A (-1 ; 5) B(-2 ; -2) C(5 ; 5).

Exercice2 : Déterminer les équations des cercles qui ont leur centre sur la droite :
$4x-5y=3$ et qui sont tangents aux deux droites : $2x=3y+10$ et $2y=3x+5$.

Exercice3 : Déterminer les équations des cercles de rayon 5 qui sont tangents à la droite :
$x-2y=1$ Au point :T (3 ; ?).

Exercice4: Déterminer l'équation du cercle qui, ayant son centre sur la droite : $2x+y=0$ est tangent aux droites : $3y=4x+10$ et $4x=3y+30$

Exercice5 : Déterminer les équations des cercles tangents aux droites :
$y=7x-5$ et $x+y+13=0$, l'un des points de contact étant T(1 ; 2).

Exercice6 : Déterminer les équations des cercles tangents aux trois droites : $3y=4x-10$; $3x=4y+5$ et $3x-4y=15$

Exercice7 : On propose dans cet exercice une autre méthode pour déterminer l'équation d'un cercle passant par trois points : A (1 ; 1) ; B(1 ; -1) et C(2 ; 0). Poser que l'équation du cercle est de la forme : $x^2+y^2+ax+by+c=0$ et former un système de 3 équations à 3 inconnues.

Exercice8 : Soit les points A (3 ; 3) et B (5 ; 3).
Déterminer l'ensemble E de tous les points : P (x ; y) du plan vérifiant $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}=84$.
Représenter la situation sur une figure d'étude

Exercice9 : Combien y a-t-il de points d'intersection entre Γ et d si :
(Γ) : $x^2+(y+2)^2=25$ et $(D): x-2y+1=0$?
Quelles sont les coordonnées de ces points d'intersection

Exercice10 : Calculer les points d'intersection entre les cercles Γ et Γ' si :
(Γ) : $(x-1)^2+y^2=4$ et (Γ') : $(x-5)^2+(y-4)^2=20$

Exercice11 : Quelle est la position du point B (3 ; 9) par rapport au cercle Γ d'équation :
$x^2+y^2-26x+30y=-313$? Déterminer la plus courte distance d'un point de Γ au point B.

Exercice12 : Déterminer si la droite et le cercle se coupent, sont tangents ou extérieurs dans les cas suivants : a) $y=2x-3$ et $x^2+y^2-3x+2y=3$
b) $x-2y-1=0$ et $x^2+y^2-8x+2y+1=0$
c) $y=x+10$ et $x^2+y^2=1$

Exercice13 : Calculer le(s) point(s) d'intersection entre le cercle et la droite d'équations :
a) $x^2+y^2=25$ et $2x-y-5=0$ b) $x^2+y^2-4x-6y-12=0$ et $3x-4y-19=0$

Exercice14 : Calculer la longueur de la corde commune aux cercles :
(Γ_1) : $x^2+y^2=10x+10y$ et (Γ_2) : $x^2+y^2+6x+2y=40$

Exercice15 : Déterminer l'équation du diamètre du cercle : $x^2+y^2+4x-6y=17$
qui est perpendiculaire à la droite : $5x+2y=13$

Exercice16 : Calculer les points d'intersection entre le cercle :
$x^2+y^2+15x-12y+36=0$ et les axes de coordonnées.

Exercice17 : Déterminer l'équation d'un cercle tangent à Ox et passant par A(-2 ; 1) et B(5 ; 8).

Exercice18 : Déterminer les équations des cercles tangents à : $x+y-10=0$
et passant par A(7 ; 1) et B(-5 ; 5).

Exercice19 : Déterminer les équations des cercles passant par l'origine et qui sont tangents aux droites x + 2y = 9 et y = 2x + 2.

Exercice20 : Déterminer les équations des cercles passant par A(-1 ; 5) et qui sont tangents aux droites : 3x + 4y = 35 et 4x + 3y + 14 = 0

Remarque initiale : On sera souvent confronté au problème suivant :
Mener par un point P une tangente à un cercle Γ.
- Ce problème admet deux solutions si ....
- Ce problème admet une solution si ....
- Aucune solution si ....

Pour savoir dans quel cas on se trouve, on compare le rayon du cercle Γ et la distance entre le point P et le centre du cercle.

Exercice21 : Trouver la tangente à un cercle Γ par un point T du cercle.
Résoudre ce problème si (Γ) : $(x-1)^2+(y+3)^2=2$ et T (2 ; -2)
1 ère démarche (analytique) : ....
2ème démarche (vectorielle) : ....

Exercice22 : Après avoir vérifié que le point T est sur le cercle Γ
Déterminer les équations des tangentes à Γ au point T dans les cas suivants :
- 1ère démarche (analytique): a) T(-1 ; 2) et (Γ) : $x^2+y^2=5$ (Γ)
  b) T (-5 ; 7) et (Γ) : $(x+2)^2+(y-3)^2=25$
- 2ème démarche (vectorielle): c) T(0 ; 0) et (Γ) : $x^2+y^2=3x-7y$
  d) T(-1 ; 2) et (Γ) : $x^2+y^2-2x+6y=19$
- Démarche libre : e) T (2 ; 3) et (Γ) : $2x^2+2y^2=x+4y+12$

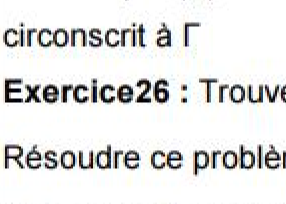
Exercice23 : Trouver les tangentes à (Γ) : $(x+1)^2+y^2=4$ qui sont parallèles à (d) : 3x + 4y = 2

Exercice24 : a) Déterminer les équations des tangentes au cercle : $x^2+y^2+10x=2y-6$
de direction parallèle à la droite 2x + y = 7.
b) Déterminer les équations des tangentes au cercle : $x^2+y^2-2x+4y=0$, de direction perpendiculaire à la droite x = 2y + 345.

Exercice25 : On donne une droite (D) : 3x + 4y – 34 = 0 et un cercle (Γ) : $(x+1)^2+(y-3)^2=25$
Vérifier que (D) est tangent à Γ et trouver les équations des 3 droites formant avec (D) un carré circonscrit à Γ

Exercice26 : Trouver les tangentes à un cercle Γ issues d'un point extérieur P
Résoudre ce problème si : (Γ) : $(x-1)^2+(y-2)^2=25$ et P (-3 ; 16).

Remarque finale : Si l'on veut calculer les coordonnées des points de tangence connaissant les équations du cercle et des 2 tangentes, la méthode la plus rapide consiste à utiliser la perpendiculaire à la tangente, passant par le centre du cercle.



Exercice27 : Déterminer les équations des tangentes au cercle : $x^2+y^2=5$
Issues du point : A (5/3 ; -5/3).

Exercice28 : Déterminer les équations des tangentes au cercle $x^2+y^2=19-2x$ issues du point : A(1 ; 6). Calculer les coordonnées des points de tangence

Exercice29 : Déterminer les équations des tangentes au cercle : $x^2+y^2-2x+4y=20$
Issues du point A (6 ; 5).

Exercice30 : Prouver que les cercles d'équation $x^2+y^2=49$ et $x^2+y^2-6x-8y+21=0$ sont tangents en un point A à déterminer.
Sont-ils tangents intérieurement ou extérieurement ?

Exercice31 : Calculer le sommet C du triangle ABC connaissant A(-15 ; -5) , B(1 ; 7) et sachant que l'origine est le centre du cercle inscrit au triangle ABC

Exercice32: Ecrivez l'équation cartésienne du cercle de centre : $\Omega(3;2)$ si on sait que :
1) Le rayon est 4
2) Le cercle comprend (passe par) l'origine
3) Le cercle comprend : $A(-2;-1)$
4) Le cercle est tangent à l'axe des x
5) Le cercle est tangent à la médiatrice du segment : $[AB]$ avec : $A(-2;1)$ et $B(1;-1)$

Exercice33 : Déterminez l'équation cartésienne du cercle dont le centre est le milieu du segment $[AB]$, avec $A(-2;-3)$ et $B(14;5)$ et qui passe par le point $C(2;7)$
Représentez graphiquement la situation

Exercice34 : Soit le triangle (ABC) donné dans un r.o.n. $\mathcal{R}(O;\vec{i};\vec{j})$ avec :
$A(-2;-3)$ et $B(14;5)$ et $B(-4;11)$
1) Déterminez la longueur du côté [BC].
2) Etablissez l'équation de la médiatrice de [AC].
3) Déterminez l'équation cartésienne, ainsi que le centre et le rayon du cercle circonscrit au triangle (ABC).
4) Représentez le cercle circonscrit à l'aide de Gorgebra et collez la figure sur votre feuille.

Exercice35: Déterminez une équation de la droite (AB) sachant que A et B sont les points d'intersection des deux cercles donnés par leurs équations cartésiennes:
$(C_1): x^2+y^2+4x+4y-17=0$ et $(C_2): x^2+y^2-8x+10y+31=0$
Démontrez que la droite reliant les deux centres est perpendiculaire à la droite (AB).

Exercice36 : Déterminez la distance minimale entre la droite (D) d'équation : $3x-2y+12=0$ et le cercle d'équation : (C): $x^2+y^2=9$: Contrôlez graphiquement

Exercice37 : Déterminez l'équation du cercle passant par les intersections des deux lignes données par les équations suivantes : $\begin{cases}(1): x^2+y^2-4x+2y=0\\(2): x^2+y^2-2y-4=0\end{cases}$ et dont le centre se situe sur la droite
D'équation : $(D): 2x+4y-1=0$
Représentez graphiquement toute la situation.

Exercice38 : Soient les deux cercles donnés par leurs équations cartésiennes :
$(C_1): x^2+y^2-32x+2y+132=0$ et $(C_2): x^2+y^2-4x-2y-20=0$)
1)Déterminez pour chacun des deux cercles le centre et le rayon.
2) Déterminez les coordonnées des points d'intersection I_1 et I_2 des deux cercles

3) Représentez graphiquement toute la situation

Exercice39 : Déterminer l'*équation paramétrique du cercle* (C) de centre $\Omega(1;-2)$ et de rayon $r=\sqrt{2}$

Exercice40 : Soient le cercle :($\mathcal{C}$) d'équation : $x^2+y^2-2x-4y-4=0$ et la droite (D) d'équation/ $(D): x+y-1=0$
1) Déterminer le centre et le rayon R du cercle ($\mathcal{C}$)
2) Construire ($\mathcal{C}$) et (D)
3) Résoudre graphiquement l'inéquation : $(x^2+y^2-2x-4y-4)(x+y-1)\prec 0$

Exercice41: le plan ($\mathcal{P}$) est rapporté à un repère $\mathcal{R}(O;\vec{i};\vec{j})$ orthonormé. On considère la famille de courbes (C_m) dont une équation est : $(C_m): x^2+y^2+mx+(2m+2)y+2m+1=0$
1) Construisez et caractériser : (C_{-4}) ; (C_{-2}); (C_0); (C_2); (C_4)
2) Montrer que, quel que soit le réel m : (C_m) passent par un point fixe I dont on déterminera les Coordonnées
3)a) Déterminez la condition sur m pour que (C_m) soit l'équation d'un cercle. Déduisez-en les Coordonnées des centres Ω_m de ces cercles)
b) Déterminer l'ensemble des centres Ω_m lorsque $m\in\mathbb{R}$
4)Montrez que tous les cercles (C_m) ont la même tangente en A. Déterminez une équation Cartésienne de cette droite.

Exercice42 : le plan ($\mathcal{P}$) est rapporté à un repère $\mathcal{R}(O;\vec{i};\vec{j})$ orthonormé. On considère la famille de courbes (C_m) dont une équation est : $(C_m): x^2+y^2-(m+2)x-(m+6)y+4m+10=0$
(C_m) L'ensemble des points $M(x;y)$ du plan tel que : avec m Paramètre réel
1) Construisez et caractériser : (C_{-4}) ; (C_{-2}); (C_0); (C_2); (C_4)
2) Montrer que, quel que soit le réel m : (C_m) passent par un point fixe I dont on déterminera les Coordonnées
3)a) Déterminez la condition sur m pour que (C_m) soit l'équation d'un cercle. Déduisez-en les Coordonnées des centres Ω_m de ces cercles)
b) Déterminer l'ensemble des centres Ω_m lorsque $m\in\mathbb{R}$
4)Montrez que tous les cercles (C_m) ont la même tangente en A. Déterminez une équation

C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices
Que l'on devient un mathématicien