1er BAC Sciences Expérimentales BIOF
1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Correction Série N°2 : *TD-PRODUIT SCALAIRE DANS $\mathcal{V}_2$*

Etude analytique -Applications : cercle

Exercice1 : *Exercices révisions – Produit scalaire*

Soit : ABC un triangle tel que : $AB=5$

Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que :

1) $\overrightarrow{AB}\cdot\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right)=0$

2) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AM}=2$

3) $MA^2+MB^2=AB^2$

4) $\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right)\cdot\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right)=0$

Solution : 1) $\overrightarrow{AB}\cdot\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right)=0$. Cela signifie donc que $\overrightarrow{AB}$ est orthogonal à $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}$

Le point M décrit alors la médiatrice de $[AB]$.

2) On appelle D le point de $[AB]$ tel que $AD=\frac{2}{5}AB$.

M décrit donc la droite perpendiculaire à (AB) passant par D.

3) D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABM est rectangle en M.
Ainsi M décrit le cercle de diamètre $[AB]$.

4) On appelle D le point tel que $\overrightarrow{DC}=-\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}\right)$

$(\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right)\cdot\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right)=0\Leftrightarrow\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{CM}+\overrightarrow{CM}\right)\cdot\left(\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{MC}\right)=0$

$\Leftrightarrow\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}\right)\cdot\left(3\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}\right)=0$

Donc M décrit la droite perpendiculaire à (AB) passant par D.

Exercice2 : *Exercices révisions – Produit scalaire*

On considère un segment $[AB]$ et (D) sa médiatrice. Elle coupe $[AB]$ en K.

M est un point de (D) différent de K.

On note H le projeté orthogonal de K sur (AM) et I le milieu de $[KH]$.

1)Démontrer que : $\overrightarrow{MK}.\overrightarrow{BH}=\overrightarrow{MK}.\overrightarrow{AH}$

2)Démontrer que $\overrightarrow{MH}.\left(\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HA}\right)=0$

En déduire que : $\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{HB}$

3) Déduire des questions précédentes que : $\overrightarrow{BH}.\left(\overrightarrow{MH}+\overrightarrow{MK}\right)=0$

Prouver que (MI) et (BH) sont perpendiculaires.

Solution : 1) $\overrightarrow{MK}.\overrightarrow{BH}-\overrightarrow{MK}.\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{MK}.\overrightarrow{BH}+\overrightarrow{MK}.\overrightarrow{HA}=\overrightarrow{MK}.\overrightarrow{BA}=0$

Donc : $\overrightarrow{MK}.\overrightarrow{BH}=\overrightarrow{MK}.\overrightarrow{AH}$

2)Démontrons que : $\overrightarrow{MH}.\left(\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HA}\right)=0$

$\overrightarrow{MH}.\left(\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HA}\right)=\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{HA}=\overrightarrow{MH}.\left(\overrightarrow{HK}+\overrightarrow{KB}\right)+\overrightarrow{MH}.\left(\overrightarrow{HK}+\overrightarrow{KA}\right)$

Donc : $\overrightarrow{MH}.\left(\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HA}\right)=\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{KB}+\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{KA}$ car $\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{HK}=0$

Donc : $\overrightarrow{MH}.\left(\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HA}\right)=0$ car $\overrightarrow{KB}=-\overrightarrow{KA}$

Par conséquent : $\overrightarrow{MH}.\left(\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HA}\right)=0\Leftrightarrow\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{HA}=0\Leftrightarrow\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{HB}=-\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{HA}\Leftrightarrow\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{HB}=\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{AH}$

3)Déduisons que : $\overrightarrow{BH}.\left(\overrightarrow{MH}+\overrightarrow{MK}\right)=0$

$\overrightarrow{BH}.\left(\overrightarrow{MH}+\overrightarrow{MK}\right)=\overrightarrow{BH}.\overrightarrow{MH}+\overrightarrow{BH}.\overrightarrow{MK}=\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{MK}.\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{HM}.\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{MK}.\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{HK}.\overrightarrow{AH}=0$

Or : $\overrightarrow{BH}.\left(\overrightarrow{MH}+\overrightarrow{MK}\right)=\overrightarrow{BH}.2\overrightarrow{MI}$

Donc : (MI) et (BH) sont perpendiculaires.

Exercice3 : Dans Le plan $(\mathcal{P})$ est rapporté à un repère orthonormé et direct $\mathcal{R}\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

Considérons les points $A(1;-1)$; $B(4;-1)$ et $C(-2;2)$

1) Calculer : $\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC}$ et $\det\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$

2) En déduire une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$

3) Calculer la surface du triangle ABC

4) Déterminer une équation cartésienne de la hauteur du triangle ABC passant par A

5) Déterminer une équation cartésienne de la bissectrice de l'angle $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$

Solution :1) on a : $\overrightarrow{AB}(3;0)$ et $\overrightarrow{AC}(-3;3)$

$\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC}=3\times(-3)+0\times3=-9$ et $\det\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)=\begin{vmatrix}3&-3\\0&3\end{vmatrix}=9$

2)soit α une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$ on a : $\cos\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)=\frac{\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC}}{\left\|\overrightarrow{AB}\right\|\times\left\|\overrightarrow{AC}\right\|}$ et $\sin\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)=\frac{\det\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)}{\left\|\overrightarrow{AB}\right\|\times\left\|\overrightarrow{AC}\right\|}$

$AB=\left\|\overrightarrow{AB}\right\|=\sqrt{3^2+0^2}=3$ et $AC=3\sqrt{2}$

Donc : $\cos\alpha=\frac{-9}{9\sqrt{2}}=\frac{-\sqrt{2}}{2}$ et $\sin\alpha=\frac{9}{9\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

Donc : $\cos\alpha=-\cos\frac{\pi}{4}$ et $\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}=\sin\frac{\pi}{4}$

Donc : $\cos\alpha=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)$ et $\sin\alpha=\sin\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)$

Donc : $\cos\alpha=\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ et $\sin\alpha=\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)$

Donc : $\alpha=\frac{3\pi}{4}$

3) On a : $S=\frac{1}{2}\left|\det\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)\right|=\frac{9}{2}cm^2$

4) Soit (Δ) la hauteur du triangle ABC passant par A

Donc : (Δ) perpendiculaire à (BC) passant par A

Donc : $\overrightarrow{BC}(-6,3)$ un vecteur normal a (Δ)

Donc : $(\Delta):-6x+3y+c=0$ et on a $A(1;-1)\in(\Delta)$

Donc : $-6\times1-3+c=0\Leftrightarrow c=9$

Donc : $(\Delta):-6x+3y+9=0$ Alors : $(\Delta):2x-y-3=0$

4) Soit (D) la bissectrice de l'angle $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$

Pour Chaque point $M(x,y)$ de la droite (D) on a : $d(M;(AB))=d(M;(AC))$

a) Déterminons une équation cartésienne de la droite (AB):

On a : $\overrightarrow{AB}(3;0)$ un vecteur directeur de de la droite (AB): $\overrightarrow{AB}(-b;a)$

$(AB):ax+by+c=0$ avec : $b=-3$ et $a=0$

Donc : $(AB):-3y+c=0$ et on a $A(1;-1)\in(AB)$

Donc $:3+c=0\Leftrightarrow c=-3$

Donc : l'équation cartésienne de (AB) est : $(AB):-3y-3=0$ c'est-à-dire : $(AB):y+1=0$

b) Déterminons une équation cartésienne de la droite (AC):

On a : $\overrightarrow{AC}(-3;3)$ un vecteur directeur de de la droite (AC): $\overrightarrow{AC}(-b;a)$

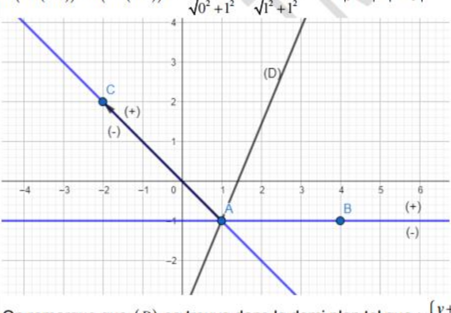
$\overrightarrow{AC}:ax+by+c=0$ avec : $b=3$ et $a=3$

Donc : $(AC):3x+3y+c=0$ et on a $A(1;-1)\in(AC)$

Donc $:3-3+c=0\Leftrightarrow c=0$

Donc : l'équation cartésienne de (AC) est : $(AC):3x+3y=0$ c'est-à-dire : $(AC):x+y=0$

$d(M;(AB))=d(M;(AC))\Leftrightarrow\frac{|y+1|}{\sqrt{0^2+1^2}}=\frac{|x+y|}{\sqrt{1^2+1^2}}\Leftrightarrow\sqrt{2}|y+1|=|x+y|$



On remarque que (D) se trouve dans le demi plan tel que : $\begin{cases}y+1\geq0\\x+y\geq0\end{cases}$ donc : $\sqrt{2}(y+1)=x+y$

Donc : l'équation cartésienne de (D) est : $\begin{cases}x+\left(1-\sqrt{2}\right)y-\sqrt{2}=0\\y+1\geq0\end{cases}$: (D) est une demie droite

Exercice4 : Déterminer l'équation cartésienne du cercle de centre $\Omega(-2;3)$ et de rayon $r=\sqrt{2}$

Solution : l'équation cartésienne du cercle est : $\mathcal{C}(\Omega,r)$: $(x+2)^2+(y-3)^2=\sqrt{2}^2$

Exercice5 : Quel est l'ensemble des points M(x ; y) tels que : $x^2+y^2+6x-4y+14=0$

Solution : on a : $x^2+y^2+6x-4y+14=0\Leftrightarrow(x+3)^2+(y-2)^2=-1$

Or la somme de deux carrés est positive et ne peut donc pas être égale à -1.
L'ensemble des solutions est vide.

Exercice6 : Quel est l'ensemble des points M(x ; y) tels que : $x^2+y^2+6x-4y+13=0$?

Solution : on a : $x^2+y^2+6x-4y+13=0\Leftrightarrow(x+3)^2-3^2+(y-2)^2-2^2+13=0$

$\Leftrightarrow(x+3)^2+(y-2)^2=0$

On a une somme de deux carrés nuls donc ces carrés sont nuls.

Donc : $x+3=0$ Et $y-2=0$

Donc : $x=-3$ Et $y=2$

L'ensemble des solutions est donc formé d'un seul point : le point de coordonnées : I(–3 ; 2)

Exercice7 : résoudre graphiquement le système : $(S)\begin{cases}(1):x^2+y^2-4x\prec0\\(2):x-y-1\succ0\end{cases}$

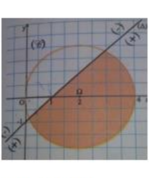
Solution : $(1):x^2+y^2-4x\prec0\Leftrightarrow(x-2)^2+y^2\prec2^2$

Donc les solutions de cette inéquation c'est les couples $(x;y)$ des points qui se trouvent à l'intérieur du cercle $(\mathcal{C})$ de centre $\Omega(2;0)$ et de rayon $r=2$

• $(2):x-y-1\succ0$: les solutions de cette inéquation c'est les couples $(x;y)$ des points qui se trouvent au-dessous de la droite d'équation : $x-y-1=0$

(Demi plan qui contient $\Omega(2;0)$ Car $:2-0-1=1\succ0$)

Finalement l'ensemble des solutions du système c'est les couples $(x;y)$ des points qui appartiennent à la partie colorée.



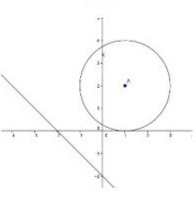
Exercice8 : Etudier la position du cercle de centre $\Omega(1;2)$ et de rayon $R=2$ avec la droite d'équation $(D):x+y+2=0$

Solution : On calcul $d(\Omega,(P))$?

$d(\Omega,(P))=\frac{|1+2+2|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{|5|}{\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}>R=2$

Donc : droite (D) est à L'extérieure du cercle $(\mathcal{C})$

$(\mathcal{C})\cap(D)=\emptyset$



Exercice9 : Etudier la position du cercle $(\mathcal{C})$ de centre $\Omega(1;2)$ et de rayon $R=2$ avec la droite d'équation $(D):x-y+2=0$

Solution : On calcul $d(\Omega,(P))$?

$d(\Omega,(P))=\frac{|1-2+2|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{|1|}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}<R=2$

Donc : le cercle $(\mathcal{C})$ et la droite (D) se coupent en deux points A et B

Déterminons les coordonnées des points d'intersections ?

On va résoudre le système suivant : $\Leftrightarrow\begin{cases}(1)(x-1)^2+(y-2)^2=(2)^2\\(2)x-y+2=0\end{cases}$

On a : $(2)\Leftrightarrow x+2=y$ On remplaçant dans (1) $y=x+2$

On trouve : $(1)(x-1)^2+(x+2-2)^2=(2)^2$

Donc : $(x-1)^2+(x)^2=4\Leftrightarrow x^2-2x+1+x^2=4$

Donc : $2x^2-2x-3=0$ $\Delta=28$

Donc : $x_1=\frac{2+2\sqrt{7}}{4}$ et $x_2=\frac{2-2\sqrt{7}}{4}$ c'est à dire : $x_1=\frac{1+\sqrt{7}}{2}$ et $x_2=\frac{1-\sqrt{7}}{2}$

Si : $x_1=\frac{1+\sqrt{7}}{2}$ on remplace dans : $x+2=y$

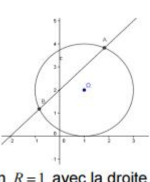
On trouve : $y_1=\frac{1+\sqrt{7}}{2}+2=\frac{5+\sqrt{7}}{2}$

Si : $x_2=\frac{1-\sqrt{7}}{2}$ on remplace dans $x+2=y$

On trouve : $y_2=\frac{1-\sqrt{7}}{2}+2=\frac{5-\sqrt{7}}{2}$

Donc : les points d'intersections sont :

$A\left(\frac{1+\sqrt{7}}{2};\frac{5+\sqrt{7}}{2}\right)$ et $B\left(\frac{1-\sqrt{7}}{2};\frac{5-\sqrt{7}}{2}\right)$



Exercice10 : Etudier la position du cercle $(\mathcal{C})$ de centre $\Omega(1;2)$ et de rayon $R=1$ avec la droite d'équation $(D):y=3$

Solution : On calcul $d(\Omega,(P))$?

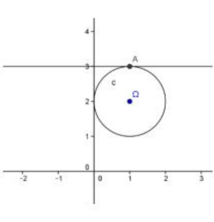
$(D):0x+1y-3=0$: $d(\Omega,(P))=\frac{|0+2-3|}{\sqrt{0^2+1^2}}=\frac{|-1|}{\sqrt{1}}=1=R$

Donc : la droite (D) est tangente au cercle $(\mathcal{C})$ en A

Déterminons les coordonnées du point d'intersection ou point de tangence ?

L'équation de $(\mathcal{C})$ est : $(x-1)^2+(y-2)^2=1^2$

On va résoudre le système suivant : $\Leftrightarrow\begin{cases}(1)(x-1)^2+(y-2)^2=1\\(2)y=3\end{cases}$



En remplaçant dans $y=3$ dans (1) On aura : $(1)(x-1)^2+1=1\Leftrightarrow(x-1)^2=0\Leftrightarrow x-1=0$

Donc : $x=1$ donc point de tangence est $A(1;3)$

Exercice11 : On considère le cercle (C) de centre I(–1 ; 2) et de rayon 3 et la droite (D) d'équation : $y=-x-2$

Déterminer l'intersection de la droite (D) et du cercle (C).

Solution : Les coordonnées des points d'intersection de la droite (D) et du cercle (C) doivent vérifier les deux équations de la droite (D) et du cercle (C), c'est-à-dire un système formé par ces deux équations.

Le cercle (C) de centre I(–1 ; 2) et de rayon 3 a pour équation :

$(x--1)^2+(y-2)^2=3^2$ soit $(x+1)^2+(y-2)^2=9$

Une équation de la droite (D) est $y=-x-2$ donc on doit résoudre le système suivant :

$(S)\begin{cases}(1):(x+1)^2+(y-2)^2=9\\(2):y=-x-2\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}(1):(x+1)^2+(-x-2-2)^2=9\\(2):y=-x-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+2x+1+x^2+8x+16=9\\(2):y=-x-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x^2+10x+8=0\\(2):y=-x-2\end{cases}$

On résout l'équation de second degré $2x^2+10x+8=0$ et on reprend notre système.

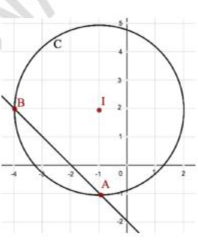
$2x^2+10x+8=0$: $\Delta=36$

$x_1=\frac{-10+6}{4}=-1$ et $x_1=\frac{-10-6}{4}=-4$

Donc notre système est équivalent à : $\begin{cases}x=-1\ ou\ x=-4\\(2):y=-x-2\end{cases}$

Ce qui est équivalent à : $\begin{cases}x=-1\\y=-x-2\end{cases}$ ou $\begin{cases}x=-4\\y=-x-2\end{cases}$

C'est-à-dire : $\begin{cases}x=-1\\y=-1\end{cases}$ ou $\begin{cases}x=-4\\y=2\end{cases}$



Donc les coordonnées des points d'intersection de la droite (D) et du cercle (C) sont :(–1 ; –1) et (–4 ; 2).

Exercice12: Soit $(\mathcal{C})$ le cercle d'équation : $x^2+y^2-4x-2y+1=0$ (1)

1) Vérifier que $A(0;1)\in(C)$

2) Ecrire l'équation de la tangente au cercle $(\mathcal{C})$ en A.

Solution :1) On a : $0^2+1^2-4\times0-2\times1+1=0$

Donc $A(0;1)\in(C)$

2)L'équation de la tangente au cercle $(\mathcal{C})$ en A. ?? $a=2;b=1;c=1$: $a^2+b^2-c=2^2+1^2-1=4>0$

Donc $(\mathcal{C})$ cercle de centre $\Omega(\frac{-a}{2};\frac{-b}{2})$ c'est-à-dire : $\Omega(2;1)$

$\overrightarrow{A\Omega}(-2;0)$ et $\overrightarrow{AM}(x-0;y-1)$

$M(x;y)\in(D)\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}\bullet\overrightarrow{A\Omega}=0$

$-2(x-0)=0\Leftrightarrow-2(x-0)+0(y-1)=0\Leftrightarrow M(x,y)\in(D)$

$M(x;y)\in(D)\Leftrightarrow x=0$

Donc : L'équation de la tangente au cercle $(\mathcal{C})$ en A est : $(D):x=0$

Exercice13 : le plan $(\mathcal{P})$ est rapporté à un repère $\mathcal{R}\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ orthonormé. (C) L'ensemble des points $M(x;y)$ du plan tel que : $\begin{cases}x=2+2\cos\theta\\y=2\sin\theta\end{cases}$ avec $(\theta\in\mathbb{R})$

1) Montrer que (C) est *le cercle* (C) dont on déterminera de centre Ω et de rayon R et une équation cartésienne

2) Soit le point $A(-1;0)$; montrer que A est à l'extérieur du cercle (C) et déterminer les équations des deux tangentes au cercle $(\mathcal{C})$ passant par A

3) Déterminer les équations des deux tangentes au cercle $(\mathcal{C})$ et qui sont parallèles à la droite : (D) : $3x-4y=0$

4) a) Soit la droite (Δ) d'équation : $y=x$

Montrer que (Δ) coupe le cercle (C) en deux points à déterminer

4)b) Déterminer graphiquement l'ensemble des points $M(x;y)$ du plan tel que : $\frac{x^2+y^2}{4}\leq x\leq y$

Solution :1) $\begin{cases}x=2+2\cos\theta\\y=2\sin\theta\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-2=2\cos\theta\\y-0=2\sin\theta\end{cases}$

$(x-2)^2+(y-0)^2=(2\cos\theta)^2+(2\sin\theta)^2\Leftrightarrow(x-2)^2+(y-0)^2=4\left((\cos\theta)^2+(\sin\theta)^2\right)\Leftrightarrow(x-2)^2+(y-0)^2=2^2$

Donc l'ensemble (C) des points $M(x;y)$ du plan est *le cercle* (C) de centre $\Omega(2;0)$ et de rayon $R=2$

2) $A(-1;0)$; $(C):(x-2)^2+(y-0)^2=2^2$

On a : $(-1-2)^2+(0-0)^2-4=9-4\succ0$ donc A est à l'extérieur du cercle (C)

Soit (T) une droite qui passe par A et tangente au cercle $(\mathcal{C})$ et soit : $ax+by+c=0$ une équation cartésienne de (T) avec $(a;b)\neq(0;0)$

Puisque (T) est tangente au cercle $(\mathcal{C})$ alors : $d(\Omega,(T))=R$ cad $\frac{|2a+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=2$:

Et on a : $A\in(T)$ donc : $-a+c=0$ donc on trouve :

$b=\frac{a\sqrt{5}}{2}$ ou $b=-\frac{a\sqrt{5}}{2}$ et l'équation cartésienne de (T) est : $2x-\sqrt{5}y+2=0$ ou $2x+\sqrt{5}y+2=0$

Par suite les équations des deux tangentes au cercle $(\mathcal{C})$ passant par A sont :

(T_1) : $2x-\sqrt{5}y+2=0$ ou (T_2) : $2x+\sqrt{5}y+2=0$

3) (D) : $3x-4y=0$ $\Omega(2;0)$

Puisque $(T)\parallel(D)$ donc on pose : (T) : $3x-4y+c=0$ et (T) tangentes au cercle $(\mathcal{C})$

Donc : $d(\Omega,(T))=R\Leftrightarrow$ cad $\frac{|6+c|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=2\Leftrightarrow\frac{|6+c|}{5}=2\Leftrightarrow|6+c|=10\Leftrightarrow6+c=10$

Ou $6+c=-10$ c'est-à-dire : $c=4$ ou $c=-16$

Donc les tangentes au cercle $(\mathcal{C})$ sont : (T_1') : $3x-4y+4=0$ ou $\left(T_2'\right)$: $3x-4y-16=0$

4)a) on va résoudre le système suivant : $\begin{cases}(x-2)^2+(y-0)^2=2^2\\y=x\end{cases}$ donc : $y=x$ et $2x^2-4x=0$

Donc : $(x=0$ ou $x=2)$ et $y=x$

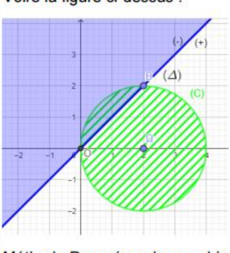
Donc : (Δ) coupe le cercle (C) aux points : $O(0;0)$ et $B(2;2)$

4)b) $\frac{x^2+y^2}{4}\leq x\leq y\Leftrightarrow\begin{cases}x-y\leq0\\x^2+y^2-4x\leq0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-y\leq0\\(x-2)^2+y^2-4\leq0\end{cases}$

L'inéquation : $(x-2)^2+y^2-4\leq0$ détermine l'ensemble des points $M(x;y)$ du plan qui se trouve à l'intérieur du cercle (C) ou sur le cercle (C)

Et L'inéquation : $x-y\leq0$ détermine l'ensemble des points $M(x;y)$ du plan qui se trouve au-dessus de la droite (Δ) ou sur la droite (Δ)

Voire la figure ci-dessus :



<u>Méthode Pour résoudre graphiquement ce système de deux inéquations dans ℝ × ℝ, on peut procéder de la façon suivante :</u>

• On trace, dans un repère, la droite associée à la 2 ième inéquation : On colorie (ou hachure) le demi-plan qui correspondent aux solutions de cette inéquation (couleur bleu) : $(\mathcal{P}_1)$ le demi plan d'inéquation x − y < 0.

• On trace, dans le même repère, le cercle associé à la 1 ième inéquation : On colorie (ou hachure) l'intérieur du cercle (C) qui correspondent aux solutions de cette inéquation (couleur verte)

•L'ensemble de solutions du système est l'intersection de l'intérieur du cercle (C) ou sur le cercle (C) et de ce demi-plan colorié avec la droite (Δ).

C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices
Que l'on devient un mathématicien