1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Série N°7 : *BARYCENTRE*

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice01 : On se donne dans le plan un triangle *ABC* rectangle en *A*, tel que *AB* = 2*a* et *AC* = *a* où *a* est une longueur donnée.
1) Déterminer et construire l'ensemble E des points *M* du plan tels que

$$\left\| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} \right\| = \left\| 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} \right\|.$$

2) On désigne par *H* le point du plan tel que : $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$.

a) Montrer que *H* est le barycentre des points *A*, *B* et *C* affectés de coefficients que l'on déterminera.

b) On considère l'ensemble des points du plan tels que $-3MA^2 + MB^2 + 4MC^2 = k$. Pour quelle valeur de *k* cet ensemble contient-il le point A ? Préciser l'ensemble alors obtenu et construisez le.

Exercice02 : Dans le triangle ABC, E est le milieu de [AB] et G est le barycentre de :
(A, – 2), (B, – 2), (C, 15).
Démontrer que G, C, et E sont alignés.

Exercice03 : Soit *ABC* un triangle isocèle du plan tel que *AB* = *AC*. On note *I* le milieu de [*BC*] et on donne *AI* = 4*a*, *BC* = 2*a*, *a* réel strictement positif. Pour la figure on prendra *a* = 2 cm.

1) On note *G* le barycentre du système $\{(A, 2) ; (B, 1) ; (C, 1)\}$. Déterminer et construire l'ensemble des points *M* du plan tels que $\left\| 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \right\| = \left\| 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} \right\|$.

2) *k* étant un nombre réel, déterminer l'ensemble des points *M* du plan tels que $2MA^2 + MB^2 + MC^2 = ka^2$ (on discutera suivant les valeurs de *k*).

3)On prend *a* = 1 et on construit un repère du plan de centre *I*, de sorte que les vecteurs de base soient $\vec{i} = \overrightarrow{IC}$ et $\vec{j} = \frac{1}{4}\overrightarrow{IA}$.

Déterminer les coordonnées de *A*, *B*, *C* et *G*. Retrouver alors les réponses du 1. et du 2.

Exercice04 : Soit ABCD un parallélogramme. On considère les points suivants :
→ I et J les milieux respectifs de [AD] et [BC] ;
→ K et L les points de [AB] tels que : AK = KL = LB ;
→ G est le barycentre du système pondéré : $\{(A;2);(B;1);(C;1)\}$
1) Faire une figure correspondante.
2) a) Montrer que G est le milieu du segment [AJ].
b) En déduire que les droites (AJ) et (BI) sont sécantes en G
3) a) Montrer que G est le barycentre des points pondérés (K ; 3) et (C ; 1) :
b) En déduire que G ∈ (CK)
4) a) Montrer que G est le barycentre des points pondérés (D ; 1) et (L ; 3)
b) Montrer que les droites (AJ) ; (BI), (CK) et (DL) sont concourantes au point G.

Exercice05 : ABCD est un quadrilatère. On note G son isobarycentre. Le but de cet exercice est de préciser la position du point G.
1) On note I le milieu de [AC] et J le milieu de [BD]. Démontrer que G est le barycentre de I et J munis de coefficients que l'on précisera.

2) Conclure et faire une figure.
3) Si ABCD est un parallélogramme, préciser la position du point G

Exercice06 : ABCD est un quadrilatère et G est le barycentre de (A, 1), (B, 1) (C, 3) (D, 3).
Construire le point G et expliquer votre construction.

Exercice07 :*ABC* est un triangle, *J* est le milieu de [*AC*], *K* celui de [*JB*], et *I* le point tel que : $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$.

On se propose de démontrer de deux façons différentes que les points *C*, *K* et *I* sont alignés.
1) A l'aide du calcul vectoriel.

a) Montrer que $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$.   b) Montrer que $\overrightarrow{CK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$.

c) En déduire que *C*, *K* et *I* sont alignés.
2) A l'aide de barycentres.
a) Exprimer le point *I* comme barycentre de *A* et *B*.
b) En considérant le barycentre de (*A* ; 1), (*B* ; 2) et (*C* ; 1),
Montrer que *C*, *K* et *I* sont alignés.

Exercice08 : Partie A
Soit A, B et C trois points non alignés du plan.
1) Justifier que les systèmes $\{(A,3),(B,-2),(C,1)\}$ et $\{(A,3),(B,-2),(C,3),(C,-2)\}$ admettent un barycentre et qu'il s'agit du même barycentre que l'on notera G.
2) On note I le milieu de $[AC]$ et J celui de $[BC]$. Montrer que $G = \text{bar}\{(I,3),(J,-2)\}$.
3) On note K le milieu de $[AI]$. Montrer que les droites (BK) et (IJ) se coupent en G puis le placer sur une figure.
4) Monter que le quadrilatère $ABIG$ est un parallélogramme.

Partie B :1) a) Soit *M* un point quelconque du plan. Justifier que le vecteur $\vec{V} = \overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ est un vecteur constant puis montrer que pour tout point M du plan, $\vec{V} = 2\overrightarrow{BI}$.
b) Déterminer et construire l'ensemble Γ des points *M* du plan tels que : $\left\|\vec{V}\right\| = \left\| 3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \right\|$.
2) a) Déterminer l'ensemble (Δ) des points *M* du plan tels que :
$\left\| 3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \right\| = \left\| -2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \right\|$.
b) Construire (Δ).

Exercice09 : Soit *ABC* un triangle quelconque, *O* le centre du cercle circonscrit à ce triangle (point d'intersection des médiatrices), et *G* son centre de gravité. Soit *H* le point défini par :
$\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$.
1) a) Soit *A'* le milieu de [*BC*]. Démontrer que : $\overrightarrow{OA'} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}\right)$.
b) Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AH}$ et $\overrightarrow{OA'}$ sont colinéaires.
c)Déduire de a. et b. que *AH* est une hauteur du triangle *ABC*.
2) Démontrer que *H* est l'orthocentre du triangle *ABC*.
3) Soit *M* un point quelconque du plan.
a) Démontrer que $3\overrightarrow{MG} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$.
b) Déduire des questions précédentes que les points *O*, *G* et *H* sont alignés

Exercice10 : Soit *A*, *B*, *P* trois points distincts du plan tels que *P* soit sur le segment [*AB*].
Écrire *P* comme barycentre de *A* et *B* avec des coefficients s'écrivant en fonction des distances : *PA* et *PB*.

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien