1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Correction série N°5 : BARYCENTRE

Exercice01 : Soit ABC un triangle tel que : $AC=6cm$ et $AB=5cm$ et $BC=4cm$

Déterminer et Construire l'ensemble (F) des points M du plan tel que :

$\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$

Solution : G est le barycentre de : $\{(A, 2); (B, 1); (C, 1)\}$

$2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MA}-\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}\right)-\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AC}\right)=2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$

Donc : $2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MA}-\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}\right)-\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AC}\right)=-\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=-\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)=-2\overrightarrow{AI}=2\overrightarrow{IA}$

Avec : I le milieu du segment $[BC]$

D'après la propriété caractéristique du barycentre on a : $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=4\overrightarrow{MG}$

$\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\| \Leftrightarrow \left\|4\overrightarrow{MG}\right\|=\left\|2\overrightarrow{IA}\right\| \Leftrightarrow 4\left\|\overrightarrow{MG}\right\|=2\left\|\overrightarrow{IA}\right\| \Leftrightarrow 2MG=IA \Leftrightarrow MG=\frac{1}{2}IA$

$M\in(F)\Leftrightarrow GM=\frac{1}{2}IA$

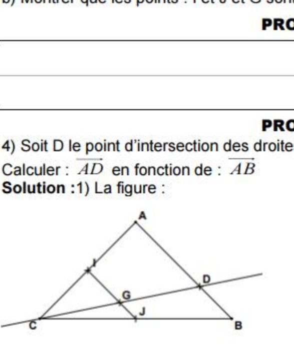
Donc l'ensemble des points est le cercle de centre G et de rayon : $r=\frac{1}{2}IAcm$

Avec : I le milieu du segment $[BC]$

On a : G est le barycentre de : $\{(A, 2) ; (B, 1) ; (C, 1)\}$

Donc : G est le barycentre de : {(A, 2) ; (I, 2} d'après La propriété d'associativité du barycentre

Donc : G est le milieu du segment $[AI]$



Exercice02 : Soit ABC un triangle dans le plan et les points I et J sont les milieux respectifs du Segments [AC] et [BC].

1) Faire une figure.

2) Soit G le barycentre du système pondéré $\{(A;1);(B;2);(C;3)\}$

Calculer : $\overrightarrow{AG}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

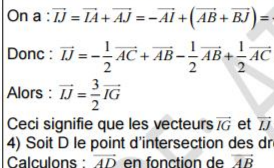
3) a) Montrer que les vecteurs : $\overrightarrow{IG}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

b) Montrer que les points : I et J et G sont alignés.

4) Soit D le point d'intersection des droites (AB) et (CG):

Calculer : $\overrightarrow{AD}$ en fonction de : $\overrightarrow{AB}$

Solution :1) La figure :



2) Soit G le barycentre du système pondéré $\{(A;1);(B;2);(C;3)\}$

Calculons : $\overrightarrow{AG}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

On a d'après la propriété caractéristique : $\forall M\in(P)$: $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}=6\overrightarrow{MG}$

Pour M = A, on obtient : $\overrightarrow{AA}+2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AC}=6\overrightarrow{AG}$

C'est-à-dire : $2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AC}=6\overrightarrow{AG}\Leftrightarrow\overrightarrow{AG}=\frac{1}{6}\left(2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AC}\right)\Leftrightarrow\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

3) a) Montrons que les vecteurs $\overrightarrow{IG}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

On a I est le milieu de [AC] alors : $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ et comme : $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

Donc : $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AI}\Leftrightarrow\overrightarrow{AG}-\overrightarrow{AI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{IA}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow\overrightarrow{IG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

Donc : les vecteurs $\overrightarrow{IG}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

b) Montrons que les points : I et J et G sont alignés

On a : $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AJ}=-\overrightarrow{AI}+\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BJ}\right)=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

Donc : $\overrightarrow{IJ}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et comme : $\overrightarrow{IG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

Alors : $\overrightarrow{IJ}=\frac{3}{2}\overrightarrow{IG}$

Ceci signifie que les vecteurs $\overrightarrow{IG}$ et $\overrightarrow{IJ}$ sont colinéaires, c'est à dire les points I;J et G sont alignés.

4) Soit D le point d'intersection des droites (AB) et (CG):

Calculons : $\overrightarrow{AD}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$

On a I est le milieu de [AC] donc : $\overrightarrow{CI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$ et par passage à la norme on obtient : $\left\|\overrightarrow{CI}\right\|=\left\|\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}\right\|$

C'est-à-dire : $\left\|\overrightarrow{CI}\right\|=\left|\frac{1}{2}\right|\left\|\overrightarrow{CA}\right\|$

Donc : $CI=\frac{1}{2}CA$

Comme : $(AD)\parallel(IG)$ alors on applique le théorème de Thalès direct dans le triangle ACD

On obtient : $\frac{CI}{CA}=\frac{CG}{CD}=\frac{IG}{AD}$

Comme : $\frac{CI}{CA}=\frac{1}{2}$ Alors : $\frac{IG}{AD}=\frac{1}{2}$ donc : $IG=\frac{1}{2}AD$ et puisque les vecteurs : $\overrightarrow{IG}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont colinéaires et ont le même sens donc on obtient : $\overrightarrow{IG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ ©

On sait que : $\overrightarrow{IG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et d'après © on obtient : $\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

Exercice03 : Soit ABC un triangle dans le plan et G le barycentre du système pondéré $\left\{(A;1);(B;2);\left(C;-\frac{3}{2}\right)\right\}$ et I le point du plan défini par : $\overrightarrow{AI}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}$

1) a) Montrer que : $\overrightarrow{AG}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$

b) Montrer que le quadrilatère ACIG est un parallélogramme.

2) Soit J le point d'intersection de (IG) et (BC):

a) Calculer : $\overrightarrow{BJ}$ en fonction de $\overrightarrow{BC}$

b) Montrer que : $\overrightarrow{GJ}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et déduire que G est le barycentre du système pondéré : $\{(A;2);(J;3);(C;-2)\}$

Solution :1) G le barycentre du système pondéré $\left\{(A;1);(B;2);\left(C;-\frac{3}{2}\right)\right\}$

1) a) Montrons que : $\overrightarrow{AG}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$

On a d'après la propriété caractéristique : $\forall M\in(P)$: $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\frac{3}{2}\overrightarrow{MC}=\frac{3}{2}\overrightarrow{MG}$

Pour M = A, on obtient : $\overrightarrow{AA}+2\overrightarrow{AB}-\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AG}$

C'est-à-dire : $2\overrightarrow{AB}-\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AG}\Leftrightarrow\overrightarrow{AG}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$

b) Montrons que ACIG est un parallélogramme.

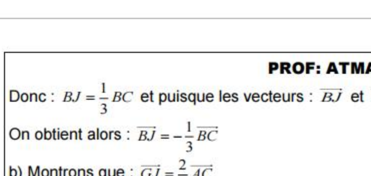
On a : $\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AI}=-\overrightarrow{AC}+\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$

Comme : $\overrightarrow{AG}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$ donc : $\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{AG}$

Ceci signifie que le quadrilatère ACIG est un parallélogramme

2. Soit J le point d'intersection de (IG) et (BC):

a) Calculons : $\overrightarrow{BJ}$ en fonction de $\overrightarrow{BC}$



Comme : $(IJ)\parallel(AC)$ alors on applique le théorème de Thalès direct on a : $\frac{BJ}{BC}=\frac{BI}{BA}$ (☺)

D'autre part, on a : $\overrightarrow{AI}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BI}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow\overrightarrow{BI}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow\overrightarrow{BI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

et par passage à la norme on obtient : $\left\|\overrightarrow{BI}\right\|=\left\|\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\right\|$

C'est-à-dire : $\left\|\overrightarrow{BI}\right\|=\left|\frac{1}{3}\right|\left\|\overrightarrow{AB}\right\|$

Donc : $BI=\frac{1}{3}AB$ C'est-à-dire : $\frac{BI}{AB}=\frac{1}{3}$ d'après (☺) On a : $\frac{BJ}{BC}=\frac{1}{3}$

Donc : $BJ=\frac{1}{3}BC$ et puisque les vecteurs : $\overrightarrow{BJ}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires et ont un sens opposé

On obtient alors : $\overrightarrow{BJ}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

b) Montrons que : $\overrightarrow{GJ}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

On a : $\overrightarrow{GJ}=\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{BJ}=\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BJ}=-\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}=-\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

Donc : $\overrightarrow{GJ}=-\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}=-\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

On déduit que G est le barycentre du système : $\{(A;2);(J;3);(C;-2)\}$

On a : $\overrightarrow{GJ}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ donc : $\overrightarrow{GJ}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GC}\right)\Leftrightarrow\overrightarrow{GJ}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{GA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{GC}\Leftrightarrow3\overrightarrow{GJ}+2\overrightarrow{GA}-2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

Puisque $(3+2-2\neq0)$ donc G est le barycentre du système pondère : $\{(A;2);(J;3);(C;-2)\}$

Exercice04 : Dans le plan (P) rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

On considère les points : $A(2;3)$; $B(1;-2)$

G est le barycentre du système pondéré $\left\{(A;-1);\left(B;\frac{3}{2}\right)\right\}$

E et F deux points du plan tels que : $\overrightarrow{EG}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{EF}$ et $E\notin(AB)$

1) Déterminer les coordonnées de G dans le repère

2) Montrer que G est le barycentre des points $(E;5)$ et $(F;-2)$

3) En déduire que les droites (EF) et (AB) se coupent et déterminer le point d'intersection

Exercice05 : Soit ABC un triangle dans le plan et I est le milieu du segment [BC] : E et F sont deux points tels que : $\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

D est le barycentre du système pondéré $\{(A;1);(B;-1);(C;1)\}$

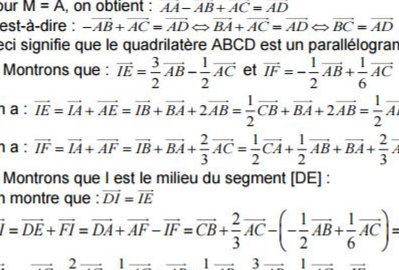
1) a) Montrer que : $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ et quelle est la nature du quadrilatère ABCD:

b) Montrer que : $\overrightarrow{IE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{IF}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$

3) Montrer que I est le milieu du segment [DE] :

4) Déduire que les points I; E; F et D sont alignés

Solution :1)



1)a) Montrons que : $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$

On a : D est le barycentre du système pondéré $\{(A;1);(B;-1);(C;1)\}$

On a : d'après la propriété caractéristique : $\forall M\in(P)$: $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MD}$

Pour M = A, on obtient : $\overrightarrow{AA}-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$

C'est-à-dire : $-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}\Leftrightarrow\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}\Leftrightarrow\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$

Ceci signifie que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

2) Montrons que : $\overrightarrow{IE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{IF}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$

On a : $\overrightarrow{IE}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BA}+2\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}+2\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

On a : $\overrightarrow{IF}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$

3) Montrons que I est le milieu du segment [DE] :

On montre que : $\overrightarrow{DI}=\overrightarrow{IE}$

$\overrightarrow{DI}=\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{FI}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{IF}=\overrightarrow{CB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}-\left(-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}\right)=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{DI}=-\overrightarrow{AC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{IE}$

Donc : $\overrightarrow{DI}=\overrightarrow{IE}$ Ceci signifie que I est le milieu du segment [DE] :

4) On déduit que les points I ; E ; F et D sont alignés.

On a : I est milieu du segment [DE] donc I ; D et E sont alignés. (1)

On a : $\overrightarrow{IE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{IF}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$

Donc : $\overrightarrow{IE}=-3\overrightarrow{IF}$ d'où les points I ; E et F sont alignés. (2)

D'après (1) et (2) on déduit que les points I ; E ; F et D sont alignés.

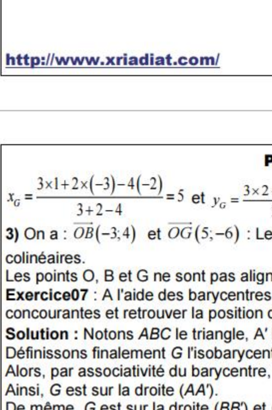
Exercice06 : 1) Placer dans un repère les points A (1, 2), B (– 3, 4) et C (– 2, 5).

Soit G le barycentre des points pondérés (A, 3), (B, 2) et (C, – 4).

2) Quelles sont les coordonnées de G ? Placer G.

3) La droite (BG) passe-t-elle par l'origine du repère ? Justifier.

Solution : 1) Plaçons dans un repère les points A (1, 2), B (– 3, 4) et C (– 2, 5).



Soit G le barycentre des points pondérés (A, 3), (B, 2) et (C, – 4).

2) Les coordonnées de G sont données par les formules : $x_G=\frac{3x_A+2x_B-4x_C}{3+2-4}$ et $y_G=\frac{3y_A+2y_B-4y_C}{3+2-4}$

$x_G=\frac{3\times1+2\times(-3)-4(-2)}{3+2-4}=5$ et $y_G=\frac{3\times2+2\times4-4\times5}{3+2-4}=-6$ et On place alors le point G.

3) On a : $\overrightarrow{OB}(-3;4)$ et $\overrightarrow{OG}(5;-6)$: Les vecteurs $\overrightarrow{OB}(-3;4)$ et $\overrightarrow{OG}(5;-6)$ ne sont donc pas colinéaires.

Les points O, B et G ne sont pas alignés et la droite (BG) ne passe pas par l'origine du repère

Exercice07 : A l'aide des barycentres, démontrer que les trois médianes d'un triangle sont concourantes et retrouver la position du centre de gravité sur les médianes.

Solution : Notons *ABC* le triangle, A' le milieu de [*BC*], *B'* le milieu de [*AC*] et C' le milieu de [*AB*].

Définissons finalement *G* l'isobarycentre de *A*, *B* et *C*.

Alors, par associativité du barycentre, *G* est le barycentre de (*A*,1) et (*A'*,2).

Ainsi, *G* est sur la droite (*AA'*).

De même, *G* est sur la droite (*BB'*) et *G* est sur la droite (*CC'*). Ainsi, les trois droites sont concourantes en *G*.

De plus, puisque *G* est le barycentre de (*A*,1) et (*A'*,2) on a $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$

Exercice08 : ABC est un triangle. Soit G le barycentre de (A, 1), (B, 3) et (C, – 3).

Démontrer que les droites (AG) et (BC) sont parallèles.

Solution : Comme G est barycentre des points (A, 1), (B, 3) et (C, – 3) alors : $\overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{GB}-3\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

Donc : $\overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{CG}+3\overrightarrow{GB}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{GA}+3\left(\overrightarrow{CG}+\overrightarrow{GB}\right)=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{CB}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{AG}=3\overrightarrow{CB}$

Ceci montre que les vecteurs $\overrightarrow{AG}$ et $\overrightarrow{CB}$ sont colinéaires.

Donc les droites (AG) et (BC) sont parallèles.

Exercice09 : Soit *ABC* un triangle avec *AB* = *c*, *AC* = *b* et *BC* = *a*. Soient *A'*, *B'* et *C'* les pieds respectifs des bissectrices intérieures issues de *A*, *B* et *C*.

On rappelle que tout point de la bissectrice (*AA'*) est équidistant des côtés (*AB*) et (*AC*).

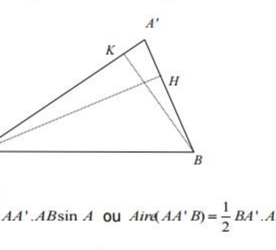
1) Donner deux expressions de l'aire du triangle *AA'B*.

2) Donner deux expressions de l'aire du triangle *AA'C*.

3) En déduire l'égalité $\frac{A'C}{A'B}=\frac{b}{c}$.

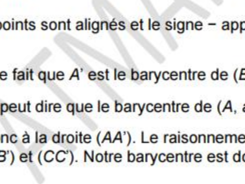
4) En déduire que *A'* est le barycentre de (*B*, *b*) et (*C*, *c*).

5) Quel est le barycentre du système de points (*A*, *a*), (*B*, *b*) et (*C*, *c*) ?



Solution :

1) Rappelons que l'aire d'un triangle est $\frac{base\times hauteur}{2}$ et que la hauteur s'obtient avec le sinus :



On a ici $Aire(AA'B)=\frac{1}{2}AA'.BK=\frac{1}{2}AA'.AB\sin A$ ou $Aire(AA'B)=\frac{1}{2}BA'.AH=\frac{1}{2}BA'.AB\sin B$.

2) De même on a : $Aire(AA'C)=\frac{1}{2}AA'.AC\sin A=\frac{1}{2}CA'.AC\sin C$.

3) De la première égalité on tire : $BA'.AB\sin B=AA'.AB\sin A\Leftrightarrow BA'=AA'\frac{\sin A}{\sin B}$ et de la deuxième $CA'.AC\sin C=AA'.AC\sin A\Leftrightarrow CA'=AA'\frac{\sin A}{\sin C}$ d'où $\frac{A'C}{A'B}=\frac{\sin C}{\sin B}$. Enfin grâce à la formule des sinus on a : $\frac{\sin B}{b}=\frac{\sin C}{c}\Leftrightarrow\frac{\sin B}{\sin C}=\frac{b}{c}=\frac{A'C}{A'B}$.

4) En faisant le produit en croix on a $bA'B=cA'C\Rightarrow b.\overrightarrow{A'B}=-c.\overrightarrow{A'C}\Leftrightarrow b.\overrightarrow{A'B}+c.\overrightarrow{A'C}=\vec{0}$.

On passe aux vecteurs car les points sont alignés et le signe − apparaît car les vecteurs sont opposés.

Cette relation caractérise donc le fait que *A'* est le barycentre de (*B*, *b*) et (*C*, *c*).

5) Avec le barycentre partiel on peut dire que le barycentre de (*A*, *a*), (*B*, *b*) et (*C*, *c*) est celui de (*A*, *a*), (*A'*, *b*+*c*) ; il appartient donc à la droite (*AA'*). Le raisonnement fait ici avec (*AA'*) peut se reproduire à l'identique avec (*BB'*) et (*CC'*). Notre barycentre est donc à l'intersection des trois bissectrices, c'est *P*.

Exercice10 : Soient A, B, C trois points non alignés du plan tels que AB = 4 et AC = 3 .

1°) Construire le triangle ABC

2°) Déterminer puis construire le barycentre des points pondérés : (A,2) ; (B,–3) ; (C ,3).

3°) Déterminer et construire l'ensemble (E) des points M du plan tel que : $MA^2 + MB^2 = 16$

4°) Déterminer l'ensemble (E) des points M du plan tel que : $MA^2 + MB^2 = -2$

Exercice11 : Soit un carré ABCD de côté de mesure 2cm. Soit l'application :

$f:P\to P$

$M\mapsto f(M)=MA^2-MB^2$

1) Déterminer k pour que la ligne de niveau k de f passe par le barycentre I des points pondérés (A,1) ; (B,–3).

2) Soit G le centre de gravité du triangle ABC. Construire la ligne de niveau GB^2 de f .

Exercice12 : Dans chacun des cas ci-dessous déterminer l'ensemble (F) des points M du plan

Vérifiant les conditions :

1) $AB=6$ et $MA^2+MB^2=14$;

2) $AB=4$ et $MA^2-MB^2=2$;

3) $AB=5$ et $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AM}=25$;

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien