1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Correction série N°2 : *BARYCENTRE*

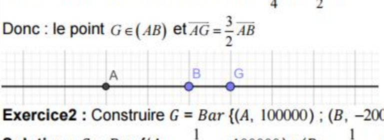
Exercice1 : Construire $G = Bar\ \{(A, 2)\ ;\ (B, -6)\}$

Solution : $G = Bar\ \{(A, 2)\ ;\ (B, -6)\}$ donc : $2\overrightarrow{AG}-6\overrightarrow{BG}=\vec{0}$

$2\overrightarrow{AG}-6\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AB}\right)=\vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{GA}-6\overrightarrow{GA}-6\overrightarrow{AB}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow -4\overrightarrow{GA}-6\overrightarrow{AB}=\vec{0} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{AG}=6\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AG}=\frac{6}{4}\overrightarrow{AB}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

Donc : le point $G\in(AB)$ et $\overrightarrow{AG}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$



Exercice2 : Construire $G = Bar\ \{(A, 100000)\ ;\ (B, -200000)\}$

Solution : $G = Bar\ \{(A, \frac{1}{100000}\times 100000)\ ;\ (B, \frac{1}{100000}\times(-200000))\}$

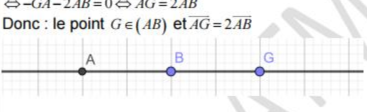
Donc : $G = Bar\ \{(A, 1)\ ;\ (B, -2)\}$

Donc : $1\overrightarrow{AG}-2\overrightarrow{BG}=\vec{0}$

$1\overrightarrow{AG}-2\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AB}\right)=\vec{0} \Leftrightarrow 1\overrightarrow{GA}-2\overrightarrow{GA}-2\overrightarrow{AB}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow -\overrightarrow{GA}-2\overrightarrow{AB}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AG}=2\overrightarrow{AB}$

Donc : le point $G\in(AB)$ et $\overrightarrow{AG}=2\overrightarrow{AB}$



Exercice3 : Dans le plan (P) rapporté à un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$. Soient $A(0;5)$ et $B(3;2)$

Et soit $G = Bar\ \{(A, 1); (B, 2)\}$

1) Déterminer les coordonnées de G

2) Déterminer et dessiner l'ensemble suivant : $(C)=\left\{M\in(P) / \left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right\|=6\right\}$

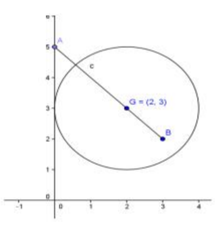
Solution : $\begin{cases} x_G=\frac{0+6}{3}=2 \\ y_G=\frac{5+4}{3}=3 \end{cases}$ donc : $G(2;3)$

D'après la propriété caractéristique du barycentre on a :

$\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right\|=6cm \Leftrightarrow \left\|3\overrightarrow{MG}\right\|=6cm$

$\Leftrightarrow |3|\left\|\overrightarrow{MG}\right\|=6cm \Leftrightarrow 3MG=6cm \Leftrightarrow MG=2cm$

Donc l'ensemble des points est le cercle de centre G et de rayon $r=2cm$



Exercice4 : Soit ABC un triangle tel que : $AC=6cm$ et $AB=5cm$ et $BC=4cm$

Déterminer et construire l'ensemble suivant : $(E)=\left\{M\in(P) / \left\|3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\|=2\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right\|\right\}$

Solution : Soit $G = Bar\ \{(A, 3); (B, 1)\}$ et H = $Bar\ \{(A, 1); (C, 1)\}$

D'après la propriété caractéristique du barycentre on a :

$\left\|3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\|=2\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right\| \Leftrightarrow \left\|(3+1)\overrightarrow{MG}\right\|=2\left\|(1+1)\overrightarrow{MH}\right\| \Leftrightarrow 4\left\|\overrightarrow{MG}\right\|=4\left\|\overrightarrow{MH}\right\| \Leftrightarrow \left\|4\overrightarrow{MG}\right\|=2\left\|2\overrightarrow{MH}\right\|$

$\Leftrightarrow \left\|\overrightarrow{MG}\right\|=\left\|\overrightarrow{MH}\right\| \Leftrightarrow MG=MH$

Donc l'ensemble des points est la droite médiatrice du segment $[GH]$

a) Comme : H = $Bar\ \{(A, 1); (C, 1)\}$ alors aussi : H est le milieu du segment $[AC]$

b) On va construire le point G :

$G = Bar\ \{(A, 3); (B, 1)\}$ donc : $3\overrightarrow{GA}+1\overrightarrow{GB}=\vec{0}$

$3\overrightarrow{GA}+\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AB}\right)=\vec{0} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AB}=\vec{0} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AG}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$: le point $G\in(AB)$

Exercice5 : ABCD est un parallélogramme de centre O.

1) Définir vectoriellement et placer les points I, J, K et L définis par :

I est le barycentre de (A, 5) et (B, −2)

J le barycentre de (B, 1) et (C, −2)

K le barycentre de (C, −5) et (D, 2) et L est le barycentre de (D, −1) et (A, 2).

2) Démontrer que IJKL est un parallélogramme de centre O.

Solution :1) En effet, on sait que si G est barycentre de $(A;\alpha);(B;\beta)$

D'après la propriété caractéristique du barycentre on a :

Pour tout point M du plan, on a : $\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}=(\alpha+\beta)\overrightarrow{MG}$

→ I est le barycentre de (A, 5) et (B, −2) donc : $5\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}=3\overrightarrow{MI}$

Pour : $M=A$ on a : $5\overrightarrow{AA}-2\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{AI}$ et donc : $\overrightarrow{AI}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

→ J est le barycentre de (B, 1) et (C, −2)

Donc : $1\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}=-1\overrightarrow{MJ}$

Pour : $M=B$ on a : $1\overrightarrow{BB}-2\overrightarrow{BC}=-1\overrightarrow{BJ}$ et donc : $\overrightarrow{BJ}=2\overrightarrow{BC}$

→ K le barycentre de (C, −5) et (D, 2)

Donc : $-5\overrightarrow{MC}+2\overrightarrow{MD}=-3\overrightarrow{MK}$

Pour : $M=C$ on a : $-5\overrightarrow{CC}+2\overrightarrow{CD}=-3\overrightarrow{CK}$ et donc : $\overrightarrow{CK}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$

→ L est le barycentre de (D, −1) et (A, 2).

Donc : $-1\overrightarrow{MD}+2\overrightarrow{MA}=1\overrightarrow{ML}$

Pour : $M=D$ on a : $-1\overrightarrow{DD}+2\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{DL}$ et donc : $\overrightarrow{DL}=2\overrightarrow{DA}$

2) Démontrons que IJKL est un parallélogramme de centre O.

En sommant membre à membre les égalités du résultat de 1), on obtient :

$\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{BJ}+\overrightarrow{CK}+\overrightarrow{DL}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC}+-\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}+2\overrightarrow{DA}$

Or : ABCD est un parallélogramme de centre O donc : $\overrightarrow{CD}=-\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DA}=-\overrightarrow{BC}$

Par suite : $\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{BJ}+\overrightarrow{CK}+\overrightarrow{DL}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{BC}=\vec{0}$

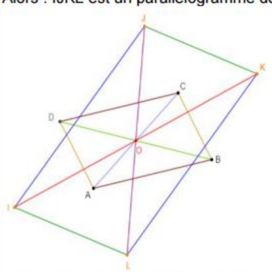
En introduisant le point O, on obtient :

$\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{BJ}+\overrightarrow{CK}+\overrightarrow{DL}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{OJ}+\overrightarrow{CO}+\overrightarrow{OK}+\overrightarrow{DO}+\overrightarrow{OL}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{OI}+\overrightarrow{OJ}+\overrightarrow{OK}+\overrightarrow{OL}+\left(\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{CO}+\overrightarrow{DO}\right)=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{OI}+\overrightarrow{OJ}+\overrightarrow{OK}+\overrightarrow{OL}=\vec{0}$

Alors : IJKL est un parallélogramme de centre O.



Exercice6 : Soit ABC un triangle.et G le centre de gravité du triangle ABC et I le milieu du segment $[BC]$. Monter que G est le centre de gravité de $(A;1)$ et $(I;2)$

Solution : G le centre de gravité du triangle ABC

Donc G est le barycentre de : $\{(A, 1); (B, 1); (C, 1)\}$

I le milieu du segment $[BC]$ Donc I est le barycentre de : $\{(B, 1); (C, 1)\}$

D'après la Propriété d'associativité on a : G est le barycentre de : { (I, 2); (A, 1)}

Exercice7: Soit ABC un triangle. Pour tout point M on pose : $\vec{V}=2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}$

1) Réduire l'écriture de $\vec{V}$ et monter que $\vec{V}$ ne dépend pas du point M

2) Soit K = $Bar\ \{(C, -3); (B, 1)\}$ montrer que : $\vec{V}=2\overrightarrow{KA}$

3) Soit G= $Bar\ \{(A, 2); (B, -1); (C, -3)\}$

Montrer que : Pour tout point M on a : $2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{GM}$

4) En déduire l'ensemble des points M tel que : $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\right\|$

Solution : 1) $\vec{V}=2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}-3\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AC}\right)$

$\vec{V}=\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC}$ Donc $\vec{V}$ ne dépend pas du point M

2) On a : $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC}$ Pour tout point M donc si $M=K$ on aura :

$2\overrightarrow{KA}+\overrightarrow{KB}-3\overrightarrow{KC}=\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC}$ et on a : K = $Bar\{(C, -3); (B, 1)\}$

Donc : $\overrightarrow{KB}-3\overrightarrow{KC}=\vec{0}$

Donc : $2\overrightarrow{KA}=\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC}$ donc : $2\overrightarrow{KA}=\vec{V}$

3) D'après la propriété caractéristique du barycentre on a :

$2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}=\left(2+(-1)+(-3)\right)\overrightarrow{MG}=-2\overrightarrow{MG}=2\overrightarrow{GM}$

4) $\Leftrightarrow \left\|2\overrightarrow{GM}\right\|=\left\|2\overrightarrow{KA}\right\| \Leftrightarrow 2GM=2KA \Leftrightarrow GM=KA$ $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\right\|$

Donc l'ensemble des points est le cercle (C) de centre G et de rayon : $r=KA$

Exercice8 : Dans le plan (P) rapporté à un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

Soient $A(-1;1)$; $B(0;2)$; $C(1;-1)$; $D(1;0)$ et soit $G = Bar\ \{(A, 1)\ ;\ (B, 2)\}$

1) Déterminer les coordonnées de : K = $Bar\ \{(A, 2)\ ;\ (B, 3)\}$

2) Déterminer les coordonnées de L le centre de gravité du triangle ABC

3) Déterminer les coordonnées de Barycentre des points $(A;2)$; $(B;3)$; $(C;1)$ et $(D;-1)$

Solution :1) $\begin{cases} x_K=\frac{-2+0}{5}==\frac{-2}{5} \\ y_K=\frac{2+6}{5}=\frac{8}{5} \end{cases}$ donc $K\left(-\frac{2}{5};\frac{8}{5}\right)$

2) Les coordonnées de L sont : $\begin{cases} x_L=\frac{1x_A+1x_B+1x_C}{1+1+1} \\ y_L=\frac{1y_A+1y_B+1y_C}{1+1+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_L=\frac{1\times(-1)+1\times 0+1\times 1}{1+1+1}=0 \\ y_L=\frac{1\times 1+1\times 2+1\times(-1)}{1+1+1}=\frac{2}{3} \end{cases}$ Donc $L\left(0;\frac{2}{3}\right)$

$\begin{cases} x_G=\frac{ax_A+bx_B+cx_C+dx_D}{a+b+c+d} \\ y_G=\frac{ay_A+by_B+cy_C+dy_D}{a+b+c+d} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G=\frac{2\times x_A+3\times x_B+1\times x_C+(-1)\times x_D}{5}=\frac{-2}{5} \\ y_G=\frac{2\times y_A+3\times y_B+1\times y_C+(-1)\times y_D}{5}=\frac{7}{5} \end{cases}$

Donc : $G\left(-\frac{2}{5};\frac{7}{5}\right)$

Exercice9 Soit $ABCD$ un quadrilatère convexe.

Soit H le barycentre du système pondéré :$\{(A, 2)\ ;\ (B, 5); (C, -1)\}$

Soit K le barycentre du système pondéré :{(B, 5) ; (C, -1) ; (D, 6)}

Soit E = $Bar\ \{(C, -1)\ ;\ (B, 5)\}$

1)Montrer que $\overrightarrow{BE}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$ et Construire E

2) Montrer que H est le barycentre du système pondéré $\{(A, 1)\ ;\ (E, 2)\}$ et Construire H

3) Montrer que K est le barycentre du système pondéré {(D, -3) ; (E, 2)}

4) a) Montrer que D est le barycentre du système pondéré {(K, 1) ; (E, 2)}

b) En déduire que $(AK)\parallel(DH)$

Solution :1) On sait que : si M est un point quelconque dans le plan (P) on a :

$\overrightarrow{ME}=\frac{1}{4}\left(5\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right)$

Pour : M=B on a : $\overrightarrow{BE}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$ et on peut Construire E

2) On a : E = $Bar\ \{(C, -1)\ ;\ (B, 5)\}$ et $5+(-1)=4$

D'après La propriété d'associativité on a H le barycentre du système pondéré $\{(A, 2); (E, 4)\}$

et puisque Le barycentre d'un système pondéré ne varie pas si on multiplie les poids par le même réel non nul on trouve donc que H est le barycentre du système pondéré :$\{(A, 1)\ ;\ (E, 2)\}$

On sait que si M est un point quelconque dans le plan (P) on a : $\overrightarrow{MH}=\frac{1}{3}\left(2\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MA}\right)$

Pour : M=A on a : $\overrightarrow{AH}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AE}$ et on peut Construire E

3) D'après La propriété d'associativité on trouve que K le barycentre du système Pondéré {(D, -6); (E, 4) }

Et puisque Le barycentre d'un système pondéré ne varie pas si on multiplie les poids par le même réel non nul on trouve donc que K est le barycentre du système pondéré :{(D, -3) ; (E, 2)}

4) a) Montrons que D est le barycentre du système pondéré {(K, 1) ; (E, 2)} ?

Puisque K est le barycentre du système pondéré {(D, -3) ; (E, 2)}

Pour tout point M du plan (P) on a : $-\overrightarrow{MK}=-3\overrightarrow{MD}+2\overrightarrow{ME}$

Donc : $3\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{MK}+2\overrightarrow{ME}$

Donc : D est le barycentre du système pondéré {(K, 1) ; (E, 2)}

4) b) Pour tout point M du plan (P) on a : $3\overrightarrow{MH}=2\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MA}$ et $3\overrightarrow{MD}=2\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MK}$

Donc : $3\overrightarrow{DH}=3\overrightarrow{MH}-3\overrightarrow{MD}$: $3\overrightarrow{DH}=3\left(\overrightarrow{MH}-\overrightarrow{MD}\right)$

Donc : $3\overrightarrow{DH}=\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MK}$

Donc : $3\overrightarrow{DH}=-\overrightarrow{AK}$ Donc : $(AK)\parallel(DH)$

Exercice10 : ABC un triangle ; I et J et K points tels que : $2\overrightarrow{BI}=3\overrightarrow{BC}$; $8\overrightarrow{CJ}=\overrightarrow{CA}$ et $5\overrightarrow{AK}=2\overrightarrow{AB}$

1) Montrer que I est le barycentre des points pondéré $\left(B;\frac{1}{2}\right)$ et $\left(C;\frac{-3}{2}\right)$

2) Le plan (P) est rapporté au repère $R\left(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$

a) Déterminer les coordonnées du point J

b) Déterminer une équation cartésienne de la droite (IK)

c) Montrer que les points I et J et K sont alignés.

Solution :1) $\frac{1}{2}\overrightarrow{BI}-\frac{3}{2}\overrightarrow{CI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BI}-\frac{3}{2}\left(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BI}\right)$

$=\frac{1}{2}\overrightarrow{BI}-\frac{3}{2}\overrightarrow{CB}-\frac{3}{2}\overrightarrow{BI}=-\overrightarrow{BI}+\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}+\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}=\vec{0}$

Donc : $\frac{1}{2}\overrightarrow{BI}-\frac{3}{2}\overrightarrow{CI}=\vec{0}$ par suite : I est le barycentre des points pondéré $\left(B;\frac{1}{2}\right)$ et $\left(C;\frac{-3}{2}\right)$

2) Dans le repère $R\left(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$ on a : $A(0;0)$ et $B(1;0)$ et $C(0;1)$

a) On a : $8\overrightarrow{CJ}=\overrightarrow{CA}$ donc : $8\overrightarrow{CA}+8\overrightarrow{AJ}=\overrightarrow{CA}$

Donc : $8\overrightarrow{AJ}=-7\overrightarrow{CA}$ donc : $\overrightarrow{AJ}=\frac{7}{8}\overrightarrow{AC}$

Donc : $J\left(0;\frac{7}{8}\right)$

b) La droite (IK) passe par I et de vecteur directeur $\overrightarrow{IK}$

Et on a : I est le barycentre de $\left(B;\frac{1}{2}\right)$ et $\left(C;\frac{-3}{2}\right)$ donc : $\begin{cases} x_I=\frac{\frac{1}{2}\times 1-\frac{3}{2}\times 0}{-1}=-\frac{1}{2} \\ y_I=\frac{\frac{1}{2}\times 0-\frac{3}{2}\times 1}{-1}=\frac{3}{2} \end{cases}$

Donc : $I\left(\frac{-1}{2};\frac{3}{2}\right)$

Et on a : $5\overrightarrow{AK}=2\overrightarrow{AB}$ Donc : $\overrightarrow{AK}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$

Donc : $K\left(\frac{2}{5};0\right)$

Donc : $\overrightarrow{IK}\left(\frac{9}{10};\frac{3}{2}\right)$

L'équation cartésienne de la droite (IK) est : $\frac{3}{2}x-\frac{9}{10}y+c=0$

$I\in(IK)$: donc : $\frac{3}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)-\frac{9}{10}\left(\frac{3}{2}\right)+c=0 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}-\frac{27}{20}+c=0 \Leftrightarrow c=\frac{21}{10}$

Donc : (IK): $\frac{3}{2}x-\frac{9}{10}y+\frac{21}{10}=0$ c'est-à-dire : (IK): $15x-9y+21=0$

c) Pour Montrer que les points I et J et K sont alignés il suffit de montrer que $J\in(IK)$

On a : (IK): $15x-9y+21=0$ et $J\left(0;\frac{7}{8}\right)$ et on a : $15\times 0-9\frac{7}{8}+21=-21+21=0$

Par suite : $J\in(IK)$

Donc : les points I et J et K sont alignés.

Exercice11 : ABCD un carré et I et J les milieux respectivement des segments $[BC]$ et $[CD]$ et M et N deux points tel que : $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$

1) Déterminer le barycentre des points pondérés : {(A, 3) ; (B, 1)} et {(A, 3) ; (D, 1)}

2) Soit G le barycentre des points pondérés : $(A;3)$; $(B;1)$; $(C;1)$ et $(D;1)$

3) Monter que les droites (MJ) et (NI) et (AC) sont concourantes en G

Solution :1) On a : $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MB}$

Donc : $3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$

Donc : M est le barycentre des points pondéré $(A;3)$ et $(B;1)$ De même on a :

$\overrightarrow{AN}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AD} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{ND}$ donc : $3\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{ND}=\vec{0}$

Donc : N est le barycentre des points pondéré $(A;3)$ et $(D;1)$

2) Soit G le barycentre des points pondérés : $(A;3)$; $(B;1)$; $(C;1)$ et $(D;1)$ et puisque J le milieu du segment $[DC]$ alors J est le barycentre des points pondéré $(C;1)$ et $(D;1)$

D'après La propriété d'associativité on trouve que G est le barycentre des points pondéré $(M;4)$ et $(J;2)$ par suite : $G\in(JM)$

De même on a : I le milieu du segment $[BC]$

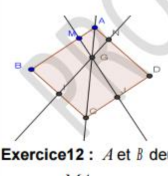
Alors : I est le barycentre des points pondéré $(B;1)$ et $(C;1)$; d'après La propriété d'associativité on trouve que G est le barycentre des points pondéré $(N;4)$ et $(I;2)$ par suite : $G\in(NI)$

Soit H le centre de gravité du triangle BCD

Donc : H est le barycentre des points pondéré $(B;1)$ et $(C;1)$ et $(D;1)$ par suite d'après La propriété d'associativité on trouve que G est le barycentre des points pondéré $(A;3)$ et $(H;3)$

Donc : G le milieu du segment $[AH]$ et puisque ABCD est un carré alors : $H\in[AC]$ donc $G\in(AC)$

Conclusion : les droites (MJ) et (NI) et (AC) sont concourantes en G



Exercice12 : A et B deux points tel que : $AB=4cm$ et soit : (F) l'ensemble des points M du plan tel que : $\frac{MA}{MB}=3$

1) Montrer que : $M\in(F) \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}^2-9\overrightarrow{MB}^2=0$

2) Soit G le barycentre des points pondérés : $(A;1)$; $(B;3)$ et K le barycentre des points pondérés $(A;1)$; $(B;-3)$

a) Montrer que : $M\in(F) \Leftrightarrow \overrightarrow{MG}\cdot\overrightarrow{MK}=0$

b) En déduire l'ensemble (F) et le tracer

Solution :1) $M\in(F) \Leftrightarrow \frac{MA}{MB}=3 \Leftrightarrow MA=3MB$

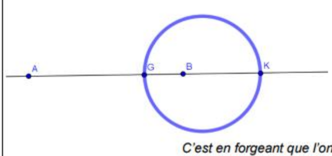
$M\in(F) \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}^2-9\overrightarrow{MB}^2=0$

2)a) $M\in(F) \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}^2-9\overrightarrow{MB}^2=0 \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}\right)\left(\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right)=0$ et d'après La propriété caractéristique du barycentre on aura : $\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}=4\overrightarrow{MG}$ et $\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}=-2\overrightarrow{MK}$

Donc : $M\in(F) \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}^2-9\overrightarrow{MB}^2=0 \Leftrightarrow -8\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MK}=0$

Donc : $M\in(F) \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MK}=0$

2) b) d'après a) en déduit que (F) est le cercle de dont un diamètre est $[GK]$



C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien